



ОПТИМИЗАЦИЈА КОНТУРА ПОВРШИНСКИХ КОПОВА  
LERCHS-GROSSMANN 2D МОДЕЛОМ,  
ПРИМЕНОМ ПРОГРАМА ЗА ТАБЕЛАРНЕ ПРОРАЧУНЕ

OPTIMIZATION OF SURFACE MINE CONTOURS  
WITH THE LERCHS-GROSSMANN 2D MODEL,  
USING SPREADSHEET PROGRAMMES

DOI: 10.5937/RG2502123C

Прегледни рад  
Review

Саша Цвијић  
Колубара-Грађевинар, Лазаревац  
sasac@kglgrad.com

Saša Cvijić  
Kolubara-Gradjevinar, Lazarevac  
sasac@kglgrad.com

Примљен 25. 8. 2025; Рецензиран 11. 9. 2025; Прихваћен 1. 10. 2025.  
Received 25 August 2025; Received in revised version 11 September 2025; Accepted 1 October 2025

**Сажетак:** У овом раду разматра се оптимизација контура површинских копова коришћењем Lerchs-Grossmann модела у дводимензионалном облику (2D). Оптимизација граница површинских копова представља основни задатак у планирању и пројектовању површинских копова, са циљем остваривања највеће економске вредности лежишта уз истовремено поштовање технолошких, геотехничких и економских ограничења. У раду је дао основни (теоретски) оквир Lerchs-Grossmann алгоритма, као и приказ могућности примене једносавне 2D оптимизације помоћу програма за табеларне прорачуне (у раду је коришћен Microsoft Excel), кроз практични пример.

**Кључне речи:** ОПТИМИЗАЦИЈА, КОНТУРЕ ПОВРШИНСКОГ КОПА, БЛОК МОДЕЛ, LERCHS-GROSSMANN, EXCEL

**Abstract:** This paper discusses the optimization of open pit contours using the Lerchs-Grossmann model in two-dimensional (2D). The optimization of open pit boundaries is a fundamental task in the planning and design of open pits, with the aim of achieving the highest economic value of the deposit while complying with the technological, geotechnical and economic constraints. The paper presents the basic (theoretical) framework of the Lerchs-Grossmann algorithm, as well as a presentation of the possibilities of applying simple 2D optimization using a spreadsheet programme (Microsoft Excel was used in the paper), based on a practical example.

**Key words:** OPTIMIZATION, SURFACE MINING CONTOURS, BLOCK MODEL, LERCHS-GROSSMANN, EXCEL

## УВОД

Планирање површинских копова један је од кључних корака у рударству, односно у површинској експлоатацији. Правилно дефинисане границе површинског копа омогућавају постизање максималног економског

## INTRODUCTION

Planning of open pit mines is one of the key steps in mining, or rather in surface exploitation. Properly defined boundaries of an open pit mine allow for achieving maximum economic effect with optimal management of

ефекта уз оптимално управљање трошковима откривке и експлоатације. У принципу, оптимизација контура врши се помоћу специјализованих програмских пакета, али се основни алгоритми могу имплементирати и у једноставније алате, попут програма за табеларне прорачуне, ради образовних, оперативних и истраживачких сврха.

#### ЗНАЧАЈ ОПТИМИЗАЦИЈЕ У ПОВРШИНСКОЈ ЕКСПЛОАТАЦИЈИ

Оптимизација контура површинских копова представља један од основних проблема у пројектовању и планирању рударских радова. Примарни циљ овог процеса је дефинисање оптималне завршне контуре површинског копа која обезбеђује максималан профит рударског пројекта. При томе, повећање трошкова откопавања, транспорта или прераде може бити прихватљиво уколико води већем профиту, а сходно наведеном, сви параметри се разматрају у функцији економског резултата, а не изоловано у смислу искључивог смањења трошкова или максималног искоришћења минералних ресурса.

#### ПРЕГЛЕД МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИЈЕ

Савремени модели оптимизације контура површинских копова су свеобухватни и подразумевају прорачуне маса на основу радних и завршних углова косина, цене минералне сировине, трошкова експлоатације, трошкова прераде, искоришћења у копу и преради, као и могућност промена цена и трошкова током времена. Коначан избор оптималног решења систематски се постиже економском анализом сваке генерисане контуре, с циљем постизања највећег могућег профита.

У домену софтверски подржаних решења за оптимизацију граница површинског копа, две најистакнутије и најшире прихваћене методе су метода „пливајућег конуса“ и метода „Lerchs-Grossmann“.

#### ОПТИМИЗАЦИЈА КОНТУРА ПОВРШИНСКИХ КОПОВА

Оптимизација граница површинског копа има за циљ одређивање облика и димензија

discovery and exploitation costs. Generally, contour optimization is performed using specialized software packages, but the basic algorithms can also be implemented in simpler tools, such as spreadsheet programmes, for educational, operational and research purposes.

#### THE IMPORTANCE OF OPTIMIZATION IN SURFACE MINING

Optimization of open pit contours is one of the fundamental problems in the design and planning of mining operations. The primary goal of this process is to define the optimal final contour of the open pit mine that ensures maximum profit for the mining project. In addition thereto, an increase in the costs of excavation, transportation or processing may be acceptable if it leads to higher profits, and accordingly, all parameters are considered in terms of economic results, and not in isolation in terms of exclusively reducing costs or maximizing the use of mineral resources.

#### OVERVIEW OF THE IMPLEMENTATION METHOD

Modern models for optimizing open pit boundary conditions are comprehensive and include mass calculations based on working and finishing slope angles, mineral raw material prices, operating costs, processing costs, mining and processing utilization, and the possibility of price and cost changes over time. The final selection of the optimal solution is systematically achieved by economic analysis of each generated contour, with the aim of achieving the highest possible profit.

In the domain of software-supported solutions for optimizing open pit boundary conditions, the two most prominent and widely accepted methods are the “floating cone” method and the “Lerchs-Grossmann” method.

#### OPTIMIZATION OF OPEN-MINE CONTOURS

Optimization of open-pit mining boundaries aims to determine the shape and dimensions of an open-pit mine that will provide the greatest

површинског копа који ће обезбедити највећу економску добит. Проблем се своди на балансирање прихода од минералне сировине са укупним трошковима који настају током откопавања, транспорта и прераде руде, као и управљања јаловинским материјалом.

#### ДЕФИНИСАЊЕ ГРАНИЦА ПОВРШИНСКОГ КОПА И ЦИЉЕВИ ОПТИМИЗАЦИЈЕ

Граница површинског копа није произвољна, већ зависи од:

- геолошких услова у лежишту,
- цене минералне сировине,
- степена искоришћења и типа припреме (прераде) минералне сировине,
- трошкова откопавања и транспорта,
- трошкова управљања и откопавања јаловинског материјала (откривка, интерслојна и међуслојна јаловина, јаловинске структуре у неправилним рудним телима),
- геометријских ограничења стабилности косина.

Поред непосредних геолошких и техничких параметара, на границе површинског копа значајно утичу и спољни фактори. То укључује географске карактеристике (реке, потоци...), постојећу инфраструктуру (путеви, пруге, насеља) и еколошка и административна ограничења. Кључно је да се ови спољни фактори интегришу у економску анализу, јер се потенцијални трошкови њиховог изменања или ублажавања процењују у односу на економске користи од приступа минералним резервама које се налазе испод њих.

#### ЕКОНОМСКИ БЛОК МОДЕЛ И КРИТЕРИЈУМИ НЕТО ВРЕДНОСТИ

Процес дефинисања граница површинског копа заснива се на конструкцији 3D површина које представљају контуре и границе површинског копа, у оквиру економског блок модела. Лежиште се дели на мрежу једнаких миниблокова, при чему сваки блок носи податке о свом положају и вредности, уз поштовање стабилних углова завршних косина.

economic benefit. The problem boils down to balancing the revenue from mineral resources with the total costs incurred during mining, transportation and processing of the ore, as well as the management of overburden.

#### DEFINING THE BOUNDARIES OF OPEN-PIT MINING AND OPTIMIZATION GOALS

The boundary of an open-pit mine is not arbitrary, but depends on:

- geological conditions in the deposit,
- the price of the mineral raw material,
- the degree of utilization and type of preparation (processing) of the mineral raw material,
- the costs of excavation and transportation,
- the costs of management and excavation of overburden material (overburden, interlayer and interlayer overburden, overburden structures in irregular ore bodies),
- geometric constraints on slope stability.

In addition to the immediate geological and technical parameters, the boundaries of an open pit mine are also significantly influenced by external factors. These include geographical features (rivers, streams, etc.), existing infrastructure (roads, railways, settlements), and environmental and administrative constraints. It is crucial that these external factors are integrated into the economic analysis, as the potential costs of their relocation or mitigation are assessed against the economic benefits of accessing the mineral reserves beneath them.

#### ECONOMIC BLOCK MODEL AND NET VALUE CRITERIA

The process of defining the boundaries of a surface mine is based on the construction of 3D surfaces that represent the contours and boundaries of the surface mine, within the economic block model. The deposit is divided into a network of equal miniblocks, with each block carrying data on its position and value, while respecting stable angles of the final slopes.

Сваки блок добија финансијску вредност, која се одређује као разлика између пројектоване продајне цене корисне минералне сировине и трошкова откопавања и припреме минералне сировине. Блокови са минералном сировином имају позитивну вредност (профит), док блокови откривке односно јаловине имају негативну вредност (трошак).

Циљ оптимизације је повећање укупне нето вредности (NV) површинског копа, што се постиже избором скупа блокова који чине оптималну контуру. За сваки блок одлучује се да ли је укључен или не, при чему се мора поштовати кључно ограничење: блок може бити укључен само ако су сви блокови изнад њега, неопходни за одржавање стабилног угла косине, такође укључени.

Ове зависности између блокова представљају се помоћу „лукова“ или „стрелица“ у графу, што омогућава примену алгоритама теорије графова. На тај начин сложени геотехнички услови преводе се у једноставне математичке односе, балансирајући између прецизности и брзине прорачуна.

#### КОНЦЕПТ КОЕФИЦИЈЕНТА ОТКРИВКЕ

Коефицијент откривке представља однос између количине откривке која се мора уклонити и одговарајуће количине корисне минералне сировине. Он је кључни показатељ природних и техничких карактеристика лежишта, јер одражава облик, положај и дебљину рудног тела, својства минералне сировине и околних стена, као и конфигурацију терена.

У пракси постоје различити облици коефицијента откривке: средњи, контурни, гранични, текући и плански, а према примени разликују се геолошки, етажни и економски коефицијенти. Током развоја површинског копа коефицијент откривке обично расте, јер се са ширењем и продубљивањем површинског копа најчешће приступа минералним сировинама нижег квалитета уз веће количине јаловине. Ова тенденција повећања директно утиче на економску исплативост експлоатације.

Each block is assigned a financial value, which is determined as the difference between the projected selling price of the useful mineral resource and the costs of mining and preparing the mineral resource. Mineral resource blocks have a positive value (profit), while overburden or tailings blocks have a negative value (cost).

The goal of optimization is to increase the total net value (NV) of the open pit, which is achieved by selecting a set of blocks that form the optimal contour. For each block, a decision is made whether to include it or not, with a key constraint that must be respected: a block can only be included if all the blocks above it, necessary to maintain a stable slope angle, are also included.

These dependencies between blocks are represented by “arcs” or “arrows” in a graph, which allows the application of graph theory algorithms. In this way, complex geotechnical conditions are translated into simple mathematical relationships, balancing between accuracy and speed of calculation.

#### CONCEPT OF THE OVERBURDEN COEFFICIENT

The overburden coefficient is the ratio between the amount of overburden that must be removed and the corresponding amount of useful mineral raw material. It is a key indicator of the natural and technical characteristics of the deposit, as it reflects the shape, position and thickness of the ore body, the properties of the mineral raw material and surrounding rocks, as well as the configuration of the terrain.

In practice, there are different forms of overburden coefficient: average, contour, boundary, current and planned, and geological, bench and economic coefficients are distinguished according to the application. During the development of an open-pit mine, the overburden coefficient usually increases, because with the expansion and deepening of the open-pit mine, lower quality mineral raw materials are most frequently accessed with larger amounts of tailings. This tendency for increasing directly affects the economic profitability of mining.

## ПРОГРАМСКИ ПАКЕТИ ЗА ОПТИМИЗАЦИЈУ КОНТУРА

### ПРЕГЛЕД СПЕЦИЈАЛИЗОВАНИХ ПРОГРАМА КОЈИ СЕ КОРИСТЕ У РУДАРСТВУ

За оптимизацију контура и планирање експлоатације користе се специјализовани програмски пакети, међу којима се издвајају:

- Whittle Programming: Познат по својим 3D и 4D моделима, који су дизајнирани за генерисање оптималних економских контура површинског копа. 4D модел је способан да угради потенцијалне економске промене током времена, што га чини погодним за дугорочно планирање експлоатације и дубинску анализу осетљивости.
- Maptek Vulkan: Свеобухватан програмски пакет за моделирање површинских копова. Поседује флексибилну базу података која омогућава детаљну анализу садржаја минералних сировина, формирање етажа и оптимизацију попречних пресека. *Maptek Vulkan* подржава 2D и 3D моделирање и нуди кориснички приказ за економску оптимизацију са *Whittle Pit Optimization*.
- Lynx Geosystems (MMS & Micro Lynx+): *Lynx MMS* је графички пакет базиран на UNIX радним станицама. Укључује модуле за обраду и анализу података, геолошку интерпретацију, моделирање површинских копова и планирање динамике производње. *Micro Lynx+* пружа решење за персоналне рачунаре са модулима за истраживање лежишта и површинску експлоатацију.
- Micromine: Нуди пакет програма који обухватају анализу истраживања лежишта, геолошко моделирање, оконтурење површинског копа, контролу квалитета и геодетске (мерачке) радове.
- Datamine Guide System: Карактерише га интерактивно графичко окружење које олакшава приказ и манипулацију подацима из бушотина, блок моделима, 2D и 3D *wireframe* моделима (дигитални теренски модел), тачкама и изолинијама. Подржава 3D моделирање лежишта, оконтурење површинског копа и интерактивно планирање производње.

## CONTOUR OPTIMIZATION SOFTWARE PACKAGES

### OVERVIEW OF SPECIALIZED PROGRAMMES USED IN MINING

Specialized software packages are used for contour optimization and mining planning, with emphasis on the following:

- Whittle Programming: Known for its 3D and 4D models, which are designed to generate optimal economic contours for open pit mining. The 4D model is capable of incorporating potential economic changes over time, making it suitable for long-term mine planning and in-depth sensitivity analysis.
- Maptek Vulkan: A comprehensive software package for surface mine modelling. It has a flexible database that allows for detailed analysis of mineral content, formation of layers, and optimization of cross sections. *Maptek Vulkan* supports 2D and 3D modelling and offers a user-friendly view for economic optimization with *Whittle Pit Optimization*.
- Lynx Geosystems (MMS & Micro Lynx+): *Lynx MMS* is a UNIX workstation-based graphics package. It includes modules for data processing and analysis, geological interpretation, surface mine modelling, and production dynamics planning. *Micro Lynx+* provides a PC solution with modules for deposit exploration and surface mining.
- Micromine: Offers a programme package that includes deposit exploration analysis, geological modelling, open pit contouring, quality control, and surveying.
- Datamine Guide System: Features an interactive graphical environment that facilitates the display and manipulation of borehole data, block models, 2D and 3D *wireframe* models (digital terrain models), points, and contours. Supports 3D deposit modelling, open pit contouring, and interactive production planning.
- Surpac Software International: Features a unique contour data structure that allows

- Surpac Software International: Поседује јединствену структуру података изолинија која омогућава свакој тачки да прихвати више атрибута података, омогућавајући свеобухватне 3D презентације. Подржава оконтурење површинског копа и одлагалишта, геодетску (мерачку) интерпретацију терена, анализу производње и планирање рекултивације.
- Runge Mining (Talpac, XERAS): Развија специјализоване пакете за планирање производње, анализу капацитета опреме (Talpac, за камионе и механизацију) и детаљан прорачун трошкова (XERAS), који укључује анализу горива, пнеуматика, потрошних и резервних делова, све праћено кроз анализу тока новца.
- Geovariances International (Multipit): Програмски пакет дизајниран за геостатистичку оптимизацију површинских копова, способан да оптимизује на основу различитих економских функција и техничких параметара лежишта.
- Универзитет у Београду (Рударско-геолошки факултет): Допринео је развоју симулационих модела за конструкцију површинских копова, фокусирајући се на композицију етажних равни и поделу на миниблокове.

#### УЛОГА ОПШТИХ ПРОГРАМА ЗА ТАБЕЛАРНЕ ПРОРАЧУНЕ У ОПТИМИЗАЦИЈИ

Иако су специјализовани софтвери који се користе у рударству незамењиви за свеобухватну 3D оптимизацију великих лежишта, програми опште намене односно табеларна прорачуне попут *Microsoft Excel*-а, имају значајну улогу у рударском инжењерству.

*Microsoft Excel* је, што ће показати и практичан пример погодан за *Lerchs-Grossmann* 2D модел, јер његова структура омогућава:

- јасно разумевање логике алгорита,
- решавање проблема малих размера и академских (образовних) примера,
- припрему и управљање подацима,
- транспарентно праћење и проверу прорачуна.

each point to accept multiple data attributes, enabling comprehensive 3D presentations. Supports open pit and dump contouring, surveying, production analysis, and reclamation planning.

- Runge Mining (Talpac, XERAS): Develops specialized packages for production planning, equipment capacity analysis (Talpac, for trucks and machinery) and detailed costing (XERAS), which includes analysis of fuel, tires, consumables and spare parts, all monitored through cash flow analysis.
- Geovariances International (Multipit): A software package designed for geostatistical optimization of open pit mines, capable of optimizing based on various economic functions and technical parameters of the deposit.
- University of Belgrade (Faculty of Mining and Geology): Contributed to the development of simulation models for the construction of open pit mines, focusing on the composition of floor planes and the division into miniblocks.

#### THE ROLE OF GENERAL SPREADSHEET PROGRAMMES IN OPTIMIZATION

Although specialized software used in mining is indispensable for comprehensive 3D optimization of large deposits, general-purpose spreadsheet programmes such as *Microsoft Excel* play a significant role in mining engineering.

As shown in a practical example, *Microsoft Excel* is suitable for the *Lerchs-Grossmann* 2D model, because its structure allows for:

- clear understanding of algorithm logic,
- solving small-scale problems and academic (educational) examples,
- data preparation and management,
- transparent monitoring and verification of calculations.

*Microsoft Excel* cannot, on the one hand, replace specialized mining programmes, but on the other hand, it is a valuable tool for teaching and preliminary analysis, connect-

*Microsoft Excel* не може са једне стране замени-ти специјализоване програме у рударству, али са друге стране представља вредан алат за подучавање и прелиминарне анализе, повезујући теоријске принципе са практичном применом.

## ПРИНЦИП МОДЕЛА LERCHS-GROSSMANN 2D

*Lerchs-Grossmann* алгоритам (настао 1965. године) представља метод за одређивање оптималних контура површинског копа. Његов принцип се заснива на:

1. Подела лежишта на блокове у мрежи (2D или 3D).
2. Додељивању економске вредности сваком блоку (приход од минералне сировине умањен за трошкове откривке).
3. Постављању ограничења стабилности – блок се може експлоатисати само ако су уклоњени сви блокови изнад њега.
4. Примени теорије графова, лежиште се моделује као усмерен граф, где чворови представљају блокове, а гране представљају зависности.
5. Проналажењу максималног подграфа који максимизује суму позитивних вредности, што дефинише границу оптималног површинског копа.

## ОСНОВНЕ ПРЕТПОСТАВКЕ И МАТЕМАТИЧКИ КОНЦЕПТ

Алгоритам *Lerchs-Grossmann* је метода за одређивање оптималне контуре површинског копа, заснована на економском блок моделу лежишта. Сваком блоку додељује се вредност (профит или трошак), добијена као разлика између прихода од минералне сировине и укупних трошкова експлоатације и припреме минералне сировине. Циљ алгоритма је проналажење контуре површинског копа која обезбеђује максималну нето вредност уз поштовање геотехничких ограничења, посебно стабилних углова косина.

Предност *Lerchs-Grossmann* методе је у гаранцији да добијена контура представља

ing theoretical principles with practical application.

## PRINCIPLE OF THE MODEL LERCHS-GROSSMANN 2D

The *Lerchs-Grossmann* algorithm (developed in 1965) is a method for determining the optimal contours of an open pit mine. Its principle is based on:

1. Dividing the deposit into blocks in a grid (2D or 3D).
2. Assigning an economic value to each block (revenue from the mineral resource minus discovery overburden costs).
3. Setting stability constraints – a block can only be mined if all blocks above it are removed.
4. Applying the graph theory, the deposit is modelled as a directed graph, where nodes represent blocks and branches represent dependencies.
5. Finding the maximum subgraph that maximizes the sum of positive values, which defines the boundary of the optimal open pit mine.

## BASIC ASSUMPTIONS AND MATHEMATICAL CONCEPT

The *Lerchs-Grossmann* algorithm is a method for determining the optimal contour of an open pit mine, based on an economic block model of the deposit. Each block is assigned a value (profit or cost), obtained as the difference between the revenue from the mineral resource and the total costs of mining and preparation of the mineral resource. The goal of the algorithm is to find the contour of the open pit mine that provides the maximum net value while complying with the geotechnical constraints, in particular stable slope angles.

The advantage of the *Lerchs-Grossmann* method is that it guarantees that the resulting contour represents an absolute mathematical maximum, i.e. no block can be added or left out in order to increase the profit.

апсолутни математички максимум, то јест ниједан блок се не може додати или изоставити да би се додатно повећао профит.

У *Lerchs-Grossmann* 2D моделу проблем се своди на попречни пресек лежишта, при чему је кључан параметар угао завршне косине ( $\beta_z$ ), повезан са односом димензија блока ( $p$ ):

$$p = \frac{h}{b} = \tan \beta_z$$

где су:

$h$  - висина блока [m];  
 $b$  - ширина блока [m].

Висина блока се најчешће узима као висина етажне (у практичном примеру 5 метара), док се остале димензије одређују према технологији рада и густини истражних података.

#### ПРОЦЕДУРА РАДА LERCHS-GROSSMANN 2D АЛГОРИТМА

Процедура рада *Lerchs-Grossmann* 2D алгоритма за одређивање оптималних контура површинских копова заснива се на критеријуму оптималних економских ефеката и подељена је у три главне фазе.

#### Фаза 1: Утврђивање чистог профита сваког блока.

Претпоставка методе је да се профит може приписати сваком блоку посебно, када се он проведе кроз све фазе производње па се од вредности готовог производа одбију укупни трошкови. До оптималне граничне дубине површинског копа преко профила долази се поступком који је подељен у три фазе. У првој фази се, након димензионисања блока, утврђује чист профит сваког блока попречног на основу његове тежине, при чему је негативна вредност једнака трошку. На пример, вредност блока ( $V_{ij}$ ) износи [3]:

$$V_{ij} = \frac{T \cdot C \cdot S \cdot P_{ij}}{K}$$

где су:

$T$  - тежина блока [t];  
 $C$  - продајна цена минералне сировине или концентрата [RSD, €, ...];

In the *Lerchs-Grossmann* 2D model, the problem is reduced to the cross-section of the deposit, where the key parameter is the final slope angle ( $\beta_z$ ), related to the block dimension ratio ( $p$ ):

where:

$h$  - block height [m];  
 $b$  - block width [m].

The block height is generally taken as the height of the floor (in the practical example, 5 metres), while the other dimensions are determined according to the work technology and the density of the exploration data.

#### OPERATION PROCEDURE OF THE LERCHS-GROSSMANN 2D ALGORITHM

The operation procedure of the *Lerchs-Grossmann* 2D algorithm for determining the optimal contours of surface mines is based on the criterion of optimal economic effects and is divided into three main phases.

#### Phase 1: Determining the net profit of each block.

The assumption of the method is that profit can be attributed to each block separately, when it is applied in all stages of production and the total costs are deducted from the value of the finished product. The optimal depth limit of the surface mine across the profile is reached by a process divided into three phases. In the first phase, after the block is dimensioned, the net profit of each transverse block is determined based on its weight, with a negative value equal to the cost. For example, the value of block ( $V_{ij}$ ) is [3]:

where:

$T$  - block weight [t];  
 $C$  - selling price of mineral raw material or concentrate [RSD, €, ...];

S - степен искоришћења у припреми минералне сировине;  
 $P_u$  - проценат метала у блоку;  
 K - квалитет минералне сировине или концентрата.

S - degree of utilization in the preparation of mineral raw material;  
 $P_u$  - percentage of metal in the block;  
 K - quality of mineral raw material or concentrate.

За параметре S,  $P_u$  и K уписује се децимална вредност у распону од 0 до 1. Ако нема припреме минералне сировине, односно није битан проценат корисне компоненте (K) усваја се 1. Положај сваког блока одређен је нумеричким системом где (i) представља број реда, а (j) представља број колоне.

For the parameters S,  $P_u$  and K, a decimal value in the range from 0 to 1 is entered. If there is no preparation of mineral raw materials, i.e. the percentage of useful component (K) is not important, 1 is adopted. The position of each block is determined by a numerical system where (i) represents the row number and (j) represents the column number.

Генерално, вредност блока се своди на профит минус трошкови експлоатације и прераде (припреме минералне сировине).

In general, the value of a block is reduced to profit minus the costs of mining and processing (preparation of the mineral raw material).

После израчунавања почетних вредности за сваки блок, за сваку колону се врши рачунање кумулативне вредности профита, при чему се вредности сваког блока у колони додаје вредност претходног блока. Ова сабра-на вредност постаје нова вредност за посматрани блок. На крају ове фазе додаје се ред.

After calculating the initial values for each block, the cumulative value of profit is calculated for each column, whereby the value of the previous block is added to the value of each block in the column. This summed up value becomes the new value for the observed block. At the end of this phase, a row is added.

Пресек једног економског блок модела са кумулативним сумама (практични пример) приказана је на слици 1.

A cross-section of an economic block model with cumulative sums (a practical example) is shown in Figure 1.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
2	-4	-4	-4	7	7	7	7	-4	7	7	-4	7	-4	7	7	7	7	-4	-4
3	-4	-4	-4	7	7	7	7	-4	7	7	7	7	7	7	-4	-4	-4	-4	-4
4	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	3	3	3	3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
5	-4	-4	5	7	7	7	7	7	0	0	0	-4	-4	-4	7	7	-4	-4	-4
6	-4	-4	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	-4	-4	-4	-4
7	-4	-4	-4	-4	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	3	3	-4	-4	-4	-4	-4
8	-4	-4	-4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
9	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4

Слика 1, Пресек економског блока модела са кумулативним сумама  
 Figure 1, Cross-section of an economic block model with cumulative sums

У табели 1 приказан је процес израчунавања кумулативне вредности профита за блокове унутар једне колоне (j=6) економског блок модела. Приказује како се права вредност сваког блока сукцесивно додаје кумулативној вредности претходног блока у истој колони. Њена вредност је у томе што јасно приказује како се трансформишу појединачне вредности блокова у кумулативне

Table 1 shows the process of calculating the cumulative value of profits for blocks within a single column (j=6) of an economic block model. It shows how the true value of each block is successively added to the cumulative value of the previous block in the same column. Its value lies in the fact that it clearly shows how the individual values of the blocks are transformed into cumulative sums, which is a key prereq-

суме, што је кључни предуслов за наредне фазе алгоритма *Lerchs-Grossmann*.

quisite for the subsequent stages of the *Lerchs-Grossmann* algorithm.

Табела 1, Процес израчунавања кумулативне вредности колоне  $j=6$   
 Table 1, Process for calculating the cumulative value of column  $j=6$

Ред Row	Права вредност блока Actual block value	Кумулативна вредност блока Cumulative block value
$i = 1$	-4	-4
$i = 2$	7	$3 = -4 + 7$
$i = 3$	7	$10 = -4 + 7 + 7$
$i = 4$	7	$17 = -4 + 7 + 7 + 7$
$i = 5$	7	$24 = -4 + 7 + 7 + 7 + 7$
$i = 6$	7	$31 = -4 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$
$i = 7$	0	$31 = -4 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 0$
$i = 8$	5	$36 = -4 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 0 + 5$
$i = 9$	-4	$32 = -4 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 0 + 5 - 4$

По истом принципу као за колону ( $j=6$ ) рачунају се кумулативне вредности за све остале колоне. Када се за све колоне заврши рачунање кумулативне вредности додаје се ред  $i = 0$ , који садржи блокове вредности 0 (слика 2).

Following the same principle as for column ( $j=6$ ), cumulative values are calculated for all other columns. When the cumulative value calculation is completed for all columns, row  $i = 0$  is added, which contains blocks of value 0 (Figure 2).

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-2	8	24	32	45	76	92	112	121	141	151	154	157	153
2	-8	-12	-12	-12	-1	2	12	28	36	49	80	96	116	125	145	155	158	161	156	157
3	-12	-20	-24	-24	-2	9	25	44	46	77	104	113	133	142	152	151	154	164	165	153
4	-16	-28	-36	-40	-7	15	34	58	67	94	114	123	143	141	150	148	165	177	161	149
5	-20	-36	-48	-47	-16	17	41	72	81	101	121	130	146	144	153	170	182	173	157	141
6	-24	-44	-60	-63	-27	4	48	79	88	108	128	137	153	151	168	180	178	169	149	133
7	-28	-52	-72	-79	-47	-7	35	79	84	105	126	136	153	159	171	176	174	161	141	121
8	-32	-60	-84	-95	-58	-22	29	71	89	110	131	141	158	155	167	172	166	153	129	109
9	-36	-68	-96	-111	-78	-37	10	61	77	106	127	137	154	151	159	164	158	141	117	93

Слика 2, Израчуната кумулативна вредност за све колоне и додати ред  $i=0$   
 Figure 2, Calculated cumulative value for all columns and added row  $i=0$

**Фаза 2: Формирање кумулативне вредности за цело лежиште.**

**Phase 2: Formation of cumulative value for the entire deposit.**

У овој фази, израчунава се кумулативни профит по колонама ( $M_{ij}$ ) на основу израза [3]:

In this phase, the cumulative profit is calculated by columns ( $M_{ij}$ ) based on the expression [3]:

$$M_{ij} = \sum m_{q,i} \quad \text{за } q=1, 2, \dots, i$$

Табела 2, Приказ иринициа формирања кумулативних вредности  
 Table 2, Presentation of the principle of formation of cumulative values

Опис Description	Илустрација Illustrations
<p>Процес почиње од блока В (1,1) (<math>i=1, j=1</math>).                      The process starts from block В (1,1) (<math>i=1, j=1</math>).</p>	
<p>Анализирају се околни блокови који се у односу на блок В (1,1) налазе:                      горе лево блок В (0,0),                      лево блок В (1,0) и                      доле лево блок В (2,0).                      The following surrounding blocks are analyzed,                      being located in relation to block В (1,1):                      upper left block В (0,0),                      left unit В (1,0) and                      lower left unit В (2,0).</p>	
<p>Од анализираних блокова бира се онај са највећом вредношћу В (0,0).                      Његова вредност се сабира са вредношћу почетног блока В (1,1).                      Ова збирна вредност се уписује у блок В (1,1) уместо његове оригиналне вредности. Из блока В (1,1) црта се стрелица ка блоку са највећом вредношћу.                      From the analyzed blocks, the one with the highest value В (0,0) is selected.                      Its value is added to the value of the initial unit В (1,1).                      This sum value is written to block В (1,1) instead of its original value. An arrow is drawn from unit В (1,1) to the unit with the highest value.</p>	

Ова анализа се наставља за остале блокове у колони, а затим се цео процес спроводи за сваку наредну колону (са лева на десно). На тај начин се добија кумулативна вредност за цело лежиште, а стрелице показују правце пружања блокова са већим садржајем корисне компоненте (табела 2 и слика 3).

This analysis is continued for the remaining blocks in the column, and then the entire process is carried out for each subsequent column (from left to right). In this way, a cumulative value is obtained for the entire deposit, and the arrows show the directions of the blocks with a higher content of the useful component (Table 2 and Figure 3).



Слика 3, Израчунајна кумулативна вредност за цело лежиште  
 Figure 3, Calculated cumulative value for the entire deposit

### Фаза 3: Одређивање оптималне контуре површинског копа.

У последњој фази израчунава се максимални профит ( $P_{ij}$ ) до неке могуће контуре површинског копа који укључује блок ( $i, j$ ) као гранични елемент, може се представити изразом [3]:

$$P_{ij} = M_{ij} + \text{Max}_r (P_{i+r, j-1})$$

Како је  $r = -1, 0, +1$ , омогућава се узимање оног кумулативног профита из колоне ( $j-1$ ) који је максималан. Пошто се усвоји вредност за ( $r$ ), правац према тако дефинисаном блоку се означи цртицом. Пратећи правце оптималног профила једноставно се долази до оптималне контуре површинског копа на профилу и његове граничне дубине. Пошто се упореде и ускладе сви попречни профили лежишта долази се до највероватнијег оптималног уздужног профила, а затим и до оптималне контуре површинског копа.

На основу горе изнетог, анализирају се блокови у првом реду ( $i=1$ ), с десне на леву страну, са циљем налажења оног са највећом вредношћу. Нацртане стрелице упућују на други блок са десне стране (колона  $j = 18$ , ред  $i = 1$ , са вредношћу +157). Овај блок је први који ће бити захваћен завршном контуром са десне стране. Праћењем правца стрелица од овог блока надаље, добија се оптимална контура површинског копа (слика 4). Кумулативна вредност овог блока заправо представља укупан приход за оптималну конструкцију.

### Phase 3: Determining the optimal contour of the open pit.

In the last phase, the maximum profit ( $P_{ij}$ ) is calculated up to some possible contour of the open pit that includes block ( $i, j$ ) as a boundary element, which can be represented by the expression [3]:

Since  $r = -1, 0, +1$ , it is possible to take the cumulative profit from column ( $j-1$ ) that is maximal. After the value for ( $r$ ) is adopted, the direction towards the block thus defined is marked with a dash. By following the directions of the optimal profile, the optimal contour of the open pit on the profile and its limiting depth are simply reached. After comparing and matching all the transverse profiles of the deposit, the most probable optimal longitudinal profile is reached, and then the optimal contour of the open pit.

Based on the above, the blocks in the first row ( $i=1$ ) are analyzed, from right to left, with the aim of finding the one with the highest value. The drawn arrows point to the second block on the right (column  $j = 18$ , column  $i = 1$ , with the value +157). This block is the first to be affected by the final contour on the right. By following the directions of the arrows from this block onwards, the optimal contour of the open pit is obtained (Figure 4). The cumulative value of this block actually represents the total revenue for the optimal design.



Слика 4, Одређивање оптималне контуре површинског копа  
 Figure 4, Determining the optimal contour of an open pit

Lerchs-Grossmann метода је првобитно развијена као графичка 2D метода за ручну употребу на вертикалним пресецима. Овако трансформисан блок модел омогућава добијање сумарне

The Lerchs-Grossmann method was originally developed as a graphical 2D method for manual use on vertical sections. The transformed block model allows obtaining a summary value

вредности за цео простор откопавања, сабирајући само вредности у блоковима који леже на граничној линији (површи) копа.

#### ПРЕДНОСТИ И ОГРАНИЧЕЊА LERCHS-GROSSMANN 2D МОДЕЛА

Предности. Дводимензионални *Lerchs-Grossmann* модел има значајне предности у одређеним ситуацијама. Пре свега, једноставан је за програмирање и разумевање у поређењу са сложенијим 3D моделима. Управо та једноставност га чини погодним за образовне сврхе и за илустрацију основних принципа оптимизације контура површинског копа. Модел омогућава и дефинисање минималних димензија дна површинског копа, уводећи додатна ограничења када је потребно. Историјски гледано, његова графичка природа омогућила је ручну примену на вертикалним пресецима, што је имало посебан значај пре него што је рачунарство постало широко доступно.

Ограничења. Ипак, *Lerchs-Grossmann* 2D модел представља поједностављење реалног стања на терену. Он подразумева уједначено лежиште по пружању, што је ретко случај у пракси. Због тога не може у потпуности да обухвати тродимензионалне зависности међу блоковима и често не даје глобално оптимално решење за сложена рудна тела. Тако, на пример, метода конуса, иако једноставна за примену, често доводи до компромиса: профитабилни блокови могу остати изван контуре, а непрофитабилни блокови могу бити укључени због техничких ограничења. Такође, 2D приступ не успева да повеже различите делове лежишта ако се они посматрају одвојено.

Са развојем рачунарске технике, ограничења тродимензионалног *Lerchs-Grossmann* алгорита су превазиђена. Данас постоје бројни специјализовани програмски пакети засновани управо на овој методи, са аутоматским анализама економске осетљивости и могућношћу обраде великог броја блокова.

#### ПРАКТИЧАН ПРИМЕР

За практичан пример узет је један профил са лежишта керамичке глине „Дрен“ код Лазареваца, на коме предузеће „Колубара-Грађе-

for the entire excavation area, summing only the values in the blocks lying on the boundary line (surface) of the excavation.

#### ADVANTAGES AND LIMITATIONS OF THE LERCHS-GROSSMANN 2D MODEL

Advantages. The two-dimensional *Lerchs-Grossmann* model has significant advantages in certain situations. First of all, it is easy to program and understand compared to more complex 3D models. It is precisely this simplicity that makes it suitable for educational purposes and for illustrating the basic principles of surface mine contour optimization. The model also allows for the definition of minimum dimensions of the bottom of a surface mine, introducing additional constraints when necessary. Historically, its graphical nature allowed for manual application on vertical sections, which was of particular importance before computers became widely available.

Limitations. However, the *Lerchs-Grossmann* 2D model is a simplification of the real situation in the field. It assumes a uniform deposit along the strike, which is rarely the case in practice. Therefore, it cannot fully capture three-dimensional dependencies between blocks and often does not provide a globally optimal solution for complex ore bodies. For example, the cone method, although simple to apply, often leads to compromises: profitable blocks may be left out of the contour, and unprofitable blocks may be included due to technical limitations. Also, the 2D approach fails to connect different parts of the deposit if they are viewed separately.

With the development of computer technology, the limitations of the three-dimensional *Lerchs-Grossmann* algorithm have been overcome. Today, there are numerous specialized software packages based on this method, with automatic economic sensitivity analyses and the ability to process a large number of blocks.

#### PRACTICAL EXAMPLE

A practical example is taken from a profile from the ceramic clay deposit “Dren” near Lazarevac, which is mined by the company “Kol-

винар“ д.о.о. Лазаревац из Лазареваца врши експлоатацију.

ubara-Gradevinar” d.o.o. Lazarevac from Lazarevac.

Креирање табеле/матрице економских вредности блокова (слика 5). У таблицу/матрицу се уносе вредности блокова (негативне вредности представљају блокове са губитком, позитивне са добитком). Затим се успоставе границе за условно форматирање који истичу најпозитивније блокове (у примеру -4 је најмањи, а 7 је највећи профит). Ширина блока је 10 метара, а висина (једнака пројектованој висине етаже) 5 метара.

Creating a table/matrix of economic values of blocks (Figure 5). The values of the blocks are entered into the table/matrix (negative values represent blocks with a loss, positive values with a profit). Then, the boundaries for conditional formatting are established that highlight the most positive units (in the example -4 is the smallest, and 7 is the largest profit). The width of the unit is 10 metres, and the height (equal to the designed floor height) is 5 metres.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
2		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
3	1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
4	2	-4	-4	-4	7	7	7	7	-4	7	7	-4	7	-4	7	7	7	7	-4	-4
5	3	-4	-4	-4	7	7	7	7	-4	7	7	7	7	7	-4	-4	-4	-4	-4	-4
6	4	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	3	3	3	3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
7	5	-4	-4	5	7	7	7	7	7	0	0	0	-4	-4	-4	7	7	-4	-4	-4
8	6	-4	-4	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	-4	-4	-4
9	7	-4	-4	-4	-4	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	3	3	-4	-4	-4	-4	-4
10	8	-4	-4	-4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
11	9	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4

Слика 5, Табела/матрица економских вредности блокова  
 Figure 5, Table/matrix of economic values of blocks

Табела/матрица кумулативног збира по редовима (слика 6). У ћелију C14 уносимо „=C3“. Ова формула се копира и повлачи десно и доле док се не попуни опсег D14:U14.

Table/matrix of cumulative sum by rows (Figure 6). Into cell C14 we enter “=C3”. This formula is copied and dragged to the right and down until range D14:U14 is filled.

Затим се у ћелију C15 уписује „=C14+C4“, а ова формула се повлачи (копира) десно и доле док се не попуни опсег C15:U22.

Then we enter “=C14+C4” into cell C15 and this formula is dragged (copied) to the right and down until range C15:U22 is filled.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
14		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
15	1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
16	2	-8	-8	-8	3	3	3	3	-8	3	3	-8	3	-8	3	3	3	3	-8	-8
17	3	-12	-12	-12	10	10	10	10	-12	10	10	-1	10	-1	10	-1	-1	-1	-12	-12
18	4	-16	-16	-16	17	17	17	17	-5	13	13	2	13	-5	6	-5	-5	-5	-16	-16
19	5	-20	-20	-11	24	24	24	24	2	13	13	2	9	-9	2	2	2	-9	-20	-20
20	6	-24	-24	-15	20	20	31	31	9	20	20	9	16	-2	9	9	-2	-13	-24	-24
21	7	-28	-28	-19	16	20	31	31	5	16	16	5	12	1	12	5	-6	-17	-28	-28
22	8	-32	-32	-23	21	25	36	36	10	21	21	10	17	-3	8	1	-10	-21	-32	-32
23	9	-36	-36	-27	17	21	32	32	6	17	17	6	13	-7	4	-3	-14	-23	-36	-36

Слика 6, Табела/матрица кумулативног збира по редовима  
 Figure 6, Table/matrix of cumulative sum by rows

Табела/матрица обрачунаог кумулативног профита (слика 7) се израђује (обрачунава) од леве ка десној страни. Најпре се додаје

The table/matrix of the calculated cumulative profit (Figure 7) is created (calculated) from left to right. First, a row is added (in the ex-

ред (у примеру то је ред 25) са вредностима 0 (у опсегу B25:U25), а затим и колона B (у опсегу B25:B34).

У ћелију B26 уносимо „=C14“ (преношење вредности, први ред друге табеле/матрице кумулативни збир по редовима). Затим се ова формула повлачи (копира) дуж колоне B у опсегу B27:B34.

У ћелију C26 уписујемо „=C14+MAX(B25:B27)“. Ова формула се повлачи (копира) десно и доле до претпоследњег реда у опсегу C26:U33.

У последњем реду у табели, односно у ћелију C34 уписујемо „=C22+MAX(B33:B34)“. Затим се ова формула повлачи (копира) дуж реда 34 у опсегу C34:U34.

Тачка отварања, односно граница површинског копа приказана је у ћелији W26. То је максимална вредност вредности из опсега C26:U26 и за овај пример она износи 157, тако да је тачка отварања са десне стране профила у (осенченој) ћелији T26. У ћелију W24 неопходно је уписати „=MAX(C24:U24)“.

ample, row 25) with the values 0 (in the range B25:U25), and then column B (in the range B25:B34).

In cell B26, we enter “=C14” (transfer of values, the first row of the second table/matrix is the cumulative sum by rows). Then this formula is dragged (copied) along column B in the range B27:B34.

In cell C26, we enter “=C14+MAX(B25:B27)”. This formula is copied to the right and down to the penultimate row in the range C26:U33.

In the last row in the table, i.e. in cell C34, we enter “=C22+MAX(B33:B34)”. This formula is then copied along row 34 in the range C34:U34.

The opening point, i.e. the boundary of the surface mine, is shown in cell W26. This is the maximum value of the values in the range C26:U26 and for this example it is 157, so the opening point is on the right side of the profile in the (shaded) cell T26. In cell W24, it is necessary to enter “=MAX(C24:U24)”.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-4	-4	-4	-4	-4	-2	0	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55
2	-8	-12	-12	-12	-1	2	12	20	28	36	44	52	60	68	76	84	92	100	108	116
3	-12	-20	-24	-24	2	9	25	44	66	91	118	147	177	207	237	267	297	327	357	387
4	-16	-26	-36	-40	7	15	34	67	114	174	247	333	432	543	666	801	948	1107	1278	1461
5	-20	-30	-48	-57	16	37	81	151	271	452	705	1031	1430	1903	2451	3074	3773	4548	5400	6329
6	-24	-34	-60	-69	27	61	141	281	481	751	1101	1531	2041	2631	3291	4021	4821	5691	6631	7641
7	-28	-41	-72	-79	41	97	231	481	851	1351	2001	2801	3751	4851	6101	7501	9051	10751	12601	14601
8	-32	-48	-84	-89	68	171	421	911	1611	2511	3611	4911	6411	8111	10011	12111	14411	16911	19611	22511
9	-36	-56	-96	-101	93	241	611	1411	2611	4111	5911	8011	10411	13111	16111	19411	23011	26911	31111	35611

Слика 7, Табела матрица обрачунаој кумулативној ирофила  
 Figure 7, Table of calculated cumulative profit matrices

Табела/матрица одређивања контура површинског копа на профилу (слика 8). У ћелију C37 уносимо:

„=IF(C26=\$W\$26;IF(AND(B27>=B26;B27>=B25);1;IF(B26>=B25;2;3));IF(OR(D38=3;D37=2);IF(AND(B27>=B26;B27>=B25);1;IF(B26>=B25;2;3));0))“.

Затим се ова формула повлачи (копира) дуж реда у опсегу C37:U37.

Table/matrix for determining the contours of a surface mine on a profile (Figure 8). In cell C37 we enter:

„=IF(C26=\$W\$26;IF(AND(B27>=B26;B27>=B25); 1;IF(B26>=B25;2;3)); IF(OR(D38=3;D37=2);IF(AND(B27>=B26;B27>=B25);1; IF(B26>=B25;2;3));0))“.

Then this formula is dragged (copied) along the row in the range C37:U37.

Затим у ћелију C38 уписујемо:

„=IF(OR(D37=3;D36=2;D35=1);IF(AND(B26 >=B25;B26>=B24);1;IF(B25>=B24;2;3));0).

Ова формула се повлачи (копира) десно и доле до претпоследњег реда у опсегу C38:U44.

И на крају, у последњем реду у табели, односно у ћелију C45 уписујемо „=IF(OR(D44=1;D45=2);IF(B34>=B33;2;3);0)“. Затим се ова формула повлачи (копира) дуж реда 35 у опсегу D45:U45.

Ради прегледности, извршено је условно обликовање ћелија у табели где су осенчене ћелије које имају вредност ћелије веће од 0 (нула). У суштини, осенчене ћелије представљају контуру површинског копа на предметном профилу.

Додељене бројчане вредности у табели (0, 1, 2, 3), су заправо замена за стрелице и означавају:

- 0 – неутрална вредност (празна ћелија),
- 1 – стрелица дијагонално на лево доле (↙),
- 2 – стрелица на лево (←),
- 3 – стрелица дијагонално лево на горе (↖).

Then in cell C38 we enter:

“=IF(OR(D37=3;D36=2;D35=1);IF(AND(B26 >=B25;B26>=B24);1;IF(B25>=B24;2;3));0).

This formula is dragged (copied) to the right and down to the penultimate row in the range C38:U44.

And finally, in the last row in the table, that is, in cell C45 we enter “=IF(OR(D44=1;D45=2);IF(B34>=B33;2;3);0)”. Then this formula is dragged (copied) along row 35 in the range D45:U45.

For clarity, conditional formatting of cells in the table has been performed, where cells with a cell value greater than 0 (zero) are shaded. Essentially, the shaded cells represent the contour of a surface mine on the profile in question.

The assigned numerical values in the table (0, 1, 2, 3) are actually substitutes for arrows and indicate:

- 0 – neutral value (empty cell),
- 1 – arrow diagonally down to the left (↙),
- 2 – arrow to the left (←),
- 3 – arrow diagonally up to the left (↖).

Слика 8, Табела/матрица одређивања контура површинског копа на профилу  
 Figure 8, Table/matrix for determining the contours of the surface mine on the profile

Табела/матрица провера ћелија (блока) (слика 9) које учествују у контурама површинског копа на профилу. У последњем реду, у ћелији C56 уносимо: „=C45“ (преношење вредности, последњи ред табеле/матрице

Table/matrix for checking the cells (blocks) (Figure 9) that participate in the contours of the surface mine on the profile. In the last row, in cell C56, we enter: “=C45” (transfer of values, the last row of the table/matrix for deter-

одређивања контура површинског копа на профилу). Ова се формула повлачи (копира) дуж реда 56 у опсегу D56:U56.

Затим у ћелију C48 уписујемо „=IF(OR(C37>0;C49>0);1;0)“. Ова формула се повлачи (копира) десно и доле до претпоследњег реда (у којем су већ унете формуле – описано у претходном пасусу) у опсегу C48:U55.

Ради прегледности, извршено је условно обликовање ћелија где су блокови који улазе у састав површинског копа осенчене једном бојом (бројчано означени бројем 1), а они који не улазе другом бојом (бројчано означени бројем 0).

mining the contours of the surface mine on the profile). This formula is dragged (copied) along row 56 in the range D56:U56.

Then in cell C48, we enter “=IF(OR(C37>0;C49>0);1;0)”. This formula is dragged (copied) to the right and down to the penultimate row (in which formulas have already been entered – described in the previous paragraph) in the range C48:U55.

For clarity, a conditional cell formatting was performed where blocks that are part of the surface mine are shaded in one colour (numerically designated as 1), and those that are not part of the mine are shaded in another colour (numerically designated as 0).

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
47																				
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
49	2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
50	3	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
51	4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
52	5	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	6	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Слика 9, Табела/матрица провера ћелија (блока) које учествују у контурама површинског копа

Figure 9, Table/matrix for checking the cells (blocks) that participate in the contours of an open-pit mine

Табела/матрица максималне вредности попречног профила (слика 10). Настала је коришћењем података из табеле/матрице економских вредности блокова (слика 5) и табеле/матрице провера ћелија (блока) (слика 9) које учествују у контурама површинског копа. У ћелију C59 уносимо „=IF(C48=1;C3;”-“)“. Ова формула се копира и повлачи десно и доле док се не попуни опсег C59:U67.

Укупну вредност профила добија се у ћелији W59 у коју је унета формула: „=SUM(C59:U67)“. Добија се вредност од 157. Ова вредност је једнака вредности која је добијена у табели/матрици обрачунатог кумулативног профита (слика 7) у ћелији W26.

Table/matrix of maximum cross-sectional values (Figure 10). It was created using data from the table/matrix of economic values of blocks (Figure 5) and the table/matrix of cell (unit) checks (Figure 9) that participate in the surface mine contours. In cell C59, we enter “=IF(C48=1;C3;”-“)”. This formula is copied and dragged to the right and down until the range C59:U67 is filled.

The total value of the profile is obtained in cell W59, where the formula: “=SUM(C59:U67)” is entered. The value obtained is 157. This value is equal to the value obtained in the table/matrix of calculated cumulative profit (Figure 7) in cell W26.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
2	-4	-4	-4	7	7	7	7	-4	7	7	-4	7	-4	7	7	7	7	-4	-4
3	-4	-4	-4	7	7	7	7	-4	7	7	3	3	3	3	-4	-4	-4	-4	-4
4	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	3	3	3	3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
5	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
6	-4	-4	-4	-4	-4	7	7	7	7	7	7	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
7	-4	-4	-4	-4	0	0	0	-4	-4	-4	-4	-4	3	3	-4	-4	-4	-4	-4
8	-4	-4	-4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	-4	-4	-4	-4	-4	-4
9	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4

Слика 10, Табела/матрица максималне вредности и одређеног профила  
 Figure 10, Table/matrix of maximum cross-section values

И на крају примера на почетну табелу/матрицу економских вредности блокова (слика 5) нанеће се граница контура површинског копа 8 (ивице беле боје) што је приказано на слици 10.

And at the end of the example, the boundary of the open-pit mine contour 8 (white edges) will be applied to the initial table/matrix of economic values of blocks (Figure 5), as shown in Figure 10.

Слика 11, Приказ граница површинског копа на табели/матрици економских вредности блокова  
 Figure 11, Display of the boundaries of the open-pit mine on the table/matrix of economic values of blocks

Са слике 11 јасно се уочава да је део економски исплативих блокова остао ван контура површинског копа. Примена *Lerchs-Grossmann* 2D модела у комбинацији са програмима за табеларне прорачуне омогућава одређивање оптималних контура појединих профила, при чему се добија компромис између економске вредности и технолошких услова откопавања.

Figure 11 clearly shows that a part of the economically viable units remained outside the contours of the open-pit mine. The application of the *Lerchs-Grossmann* 2D model in combination with spreadsheet programmes allows the determination of the optimal contours of individual profiles, thereby obtaining a compromise between economic value and technological conditions of excavation.

## ЗАКЉУЧАК

*Lerchs-Grossmann* метод представља поуздан математички модел за одређивање оптималних контура површинских копова. Иако се у пракси најчешће користи кроз специјализоване програмске пакете, могуће

## CONCLUSION

The *Lerchs-Grossmann* method is a reliable mathematical model for determining the optimal contours of open pit mines. Although in practice it is generally used through specialized software packages, it is possible to carry out

је спровести поједностављену 2D анализу и у програмима за табеларне прорачуне, што је посебно значајно за образовне, оперативне и истраживачке сврхе. Практичан пример приказан у раду показује да и „једноставни алати“ (попут *Microsoft Excel*-а) могу послужити за разумевање и решавање појединих оптимизационих метода у рударству.

a simplified 2D analysis in spreadsheet programmes, which is especially important for educational, operational and research purposes. The practical example presented in the paper shows that even “simple tools” (such as *Microsoft Excel*) can be used to understand and solve certain optimization methods in mining.

#### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURE

- [1] Лазић А.: Пројектовање површинских копова са моделирањем система експлоатације, РГФ, Београд, 1998, ISBN 8673520452.
- [2] Колоња Б., Стевановић Д.: Пројектовање површинских копова – интерна скрипта, 2005.
- [3] Павловић В.: Системи површинске експлоатације, РГФ, Београд, 1998, ISBN 8673520207.
- [4] Вушовић Н.: Пројектовање рудника – интерна скрипта (презентација), Технички факултет у Бору, 2021.